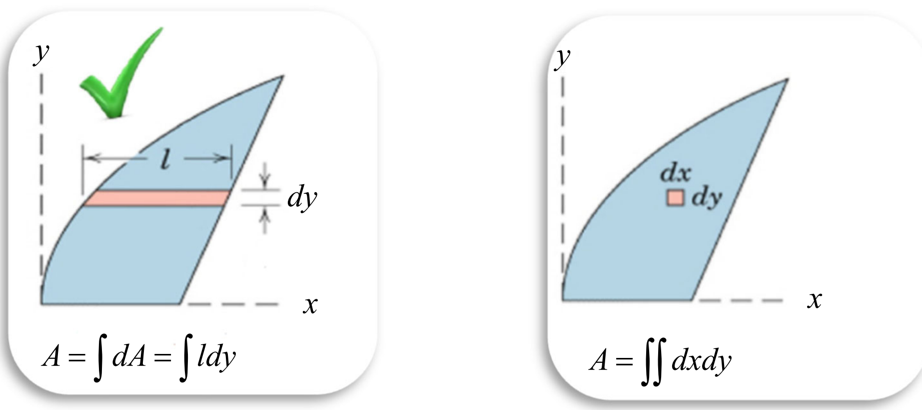
اصولی برای انتخاب المان ها در انتگرال گیری

- مرتبه المان انتخابی برای انتگرال
- پیوستگی
- کنار گذاشتن جمله هایی با مرتبه بالاتر
- انتخاب مختصات مناسب

مرتبه المان انتخابی برای انترگل:

در المان گیری ، المان دیفرانسیلی مرتبه اول بر المان دیفرانسیلی مراتب بالاتر ارجحیت دارد. در واقع این انتگرال باید کل شکل شما را پوشش دهد.



تصاویر ۱–۷

مساحت جسم مورد نظر برابر انتگرال حاصلضرب المان dx در المان dy است. از آنجا که ارجحیت با مرتبه اول المان دیفرانسیلی است ، پس نحوه ترسیم المان جسم باید به گونه ای باشد که علاوه بر اینکه به یک المان مرتبه اول تبدیل شود ، کل جسم نیز پوشش دهد.مساحت المان که تقریبا به شکل مستطیل است برابر طول در عرض است. (شکل سمت چپ)

اگر قرار به محاسبه حجم یک جسم و استفاده از المان مرتبه اول باشد می توان شکل زیرا مثال زد.

نکات المان گیری ممان اینرسی(لختی چرخشی)

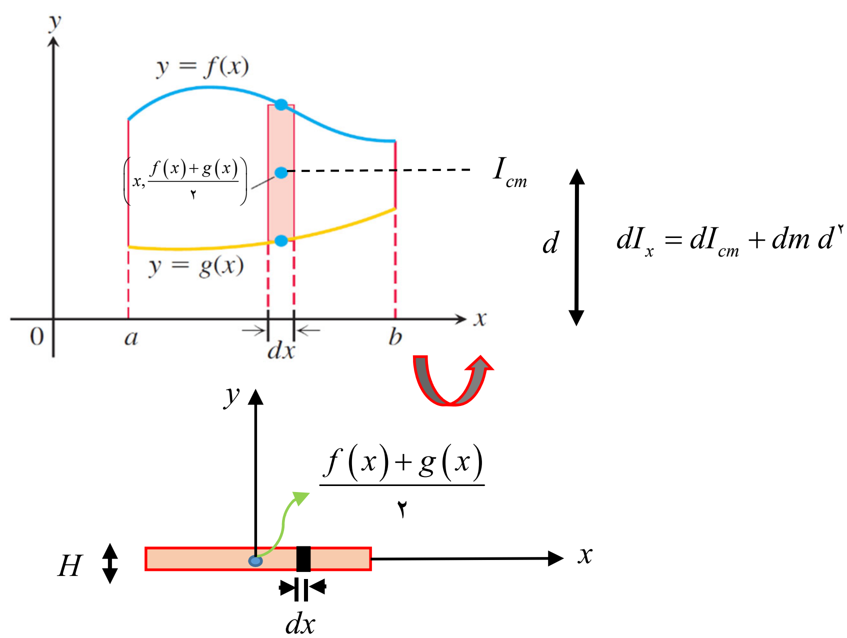
- در محاسبه مولفه x ممان اینرسی $I_x = \int y^2\, dm$ ، y فاصله المان تا محور چرخش (محور xها) است .
  در محاسبه مولفه y ممان اینرسی $I_y = \int x^2\, dm$ ، x فاصله المان تا محورچرخش (محور y ها) است.
- با توجه به ابعاد مساله(دو یا سه بعد) ، المان جرم به صورتها ی زیر نوشته می شود.

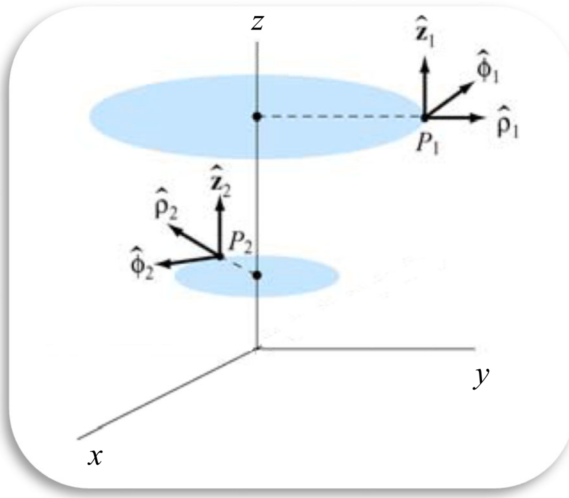
$$dm = \delta dA$$

$$dm = \rho dV$$

- نوار عمودی (المان) بین دو منحنی $f(x)$ و $g(x)$ واقع شده است .در این صورت ممان اینرسی المان نسبت به محور x ها ، با توجه به قضیه محورهای موازی به صورت $dI_x = dI_{cm} + dm\, d^2$ نوشته می شود. ارتفاع نوار عمودی $f(x) - g(x)$ و پهنای نوار dx است.

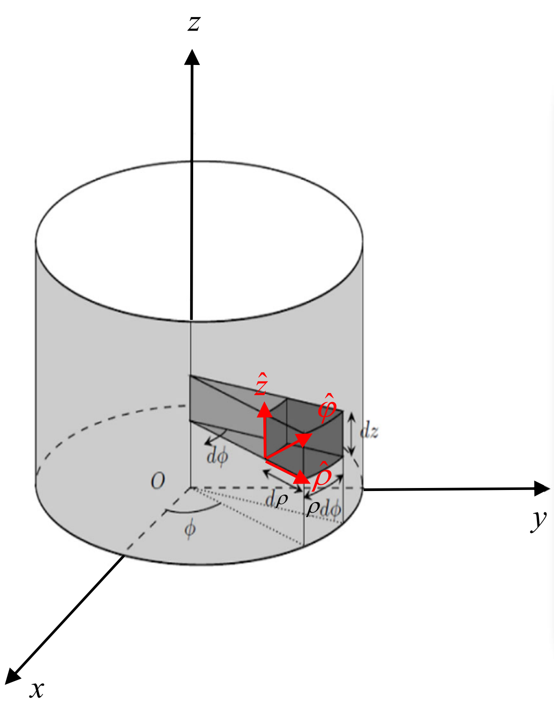
نکته: (دقت شود اگر المان افقی بین دو منحنی $f(x)$ و $g(x)$ انتخاب شود ،پهنای نوار برابر $f(y) - g(y)$ و ارتفاع نوار dyاست).

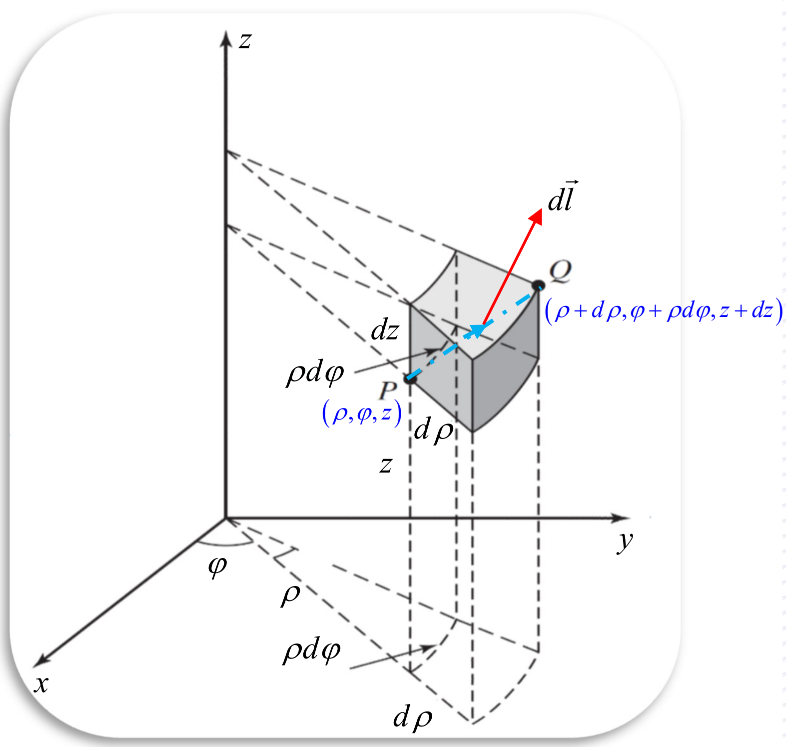




تصویر ۲–۵

طول، سطح و حجم دیفرانسیلی در مختصات استوانه ای

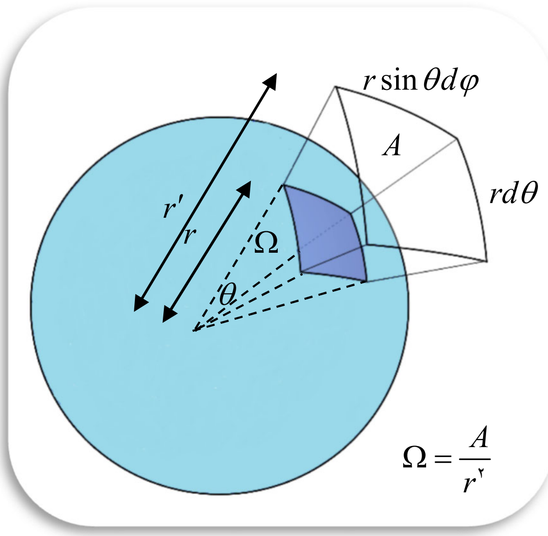




تصاویر ۲–۶

زاویه فضایی

در هندسه، زاویه ی فضایی، که معمولاً با Ω نشان داده می‌شود، زاویه‌ای دو بعدی در فضای سه‌بعدی است که یک جسم روی یک نقطه را می‌پوشاند.اگر جسم را روی سطح کره‌ای به مرکز آن نقطه تصویر کنیم، زاویه ی فضایی جسم متناسب است با مساحت بخشی از کره که جسم پوشانده است، تقسیم بر شعاع کره به توان دو.



زاویه فضایی مستقل از r یا r' است.

۱۰ – زاویه فضایی در واقع مخروطی است با زاویه راس ۲θ که ارتفاع آن یک واحد است. در مختصات کروی این زاویه را برای یک کره به دست آورید.

نوار آبی رنگ را المان کره در نظر می گیریم. *همواره فاصله المان مورد نظر تا محلی که می خواهیم میدان را محاسبه کنیم* r *می نامیم.* اگر از مختصات کروی استفاده کنیم با توجه به تصاویر ۳–۶ (الف) متوجه می شویم که تنها دو مولفه (θ,φ) بر روی سطح کره تغییر می کند.

$$d\Omega = \frac{dA}{r^۲} \xrightarrow[\text{شعاع ثابت است}]{r=R} \int d\Omega = \frac{\underbrace{\iint R^۲ \sin\theta d\theta d\varphi}_{\text{المان}}}{R^۲}$$

$$\Omega = \int_۰^{۲\pi}\int_۰^{\theta} \sin\theta d\theta d\varphi = ۲\pi\left(۱-\cos\theta\right)$$